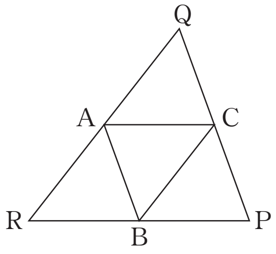
PART2　三角形の外心・垂心

2　三角形の各頂点から対辺に下ろした垂線は１点で交わる(これを垂心という)。
このことを，次の方針にしたがって証明せよ。

△ABC の頂点 A, B, C を通り，各頂点の対辺と平行な３つの直線の交点を右図のように P，Q，R とする。
△ABC の頂点 A，B，C からそれぞれの対辺に垂線 AD，BE，CF を下ろしたとき，AD，BE，CF が，△PQR の外心において１点で交わることを証明する。



Point Pickup

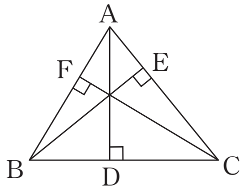
三角形の外心は，３つの辺の垂直二等分線の交点である。
△ABC の３つの頂点から対辺に下ろした垂線が，△PQR の３つの辺の垂直二等分線であることを示せばよい。

第 6 講　PART2　確認問題

1 三角形の 3 つの頂点から対辺またはその延長に下ろした垂線は 1 点で交わる(この交点を垂心という)。

このことを(∗)とする。

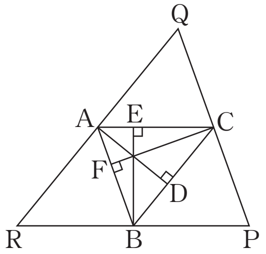
△ABC の頂点 A，B，C から対辺またはその延長に下ろした 3 本の垂線を AD，BE，CF とし，これらが 1 点で交わることを示すことにより，(∗)を証明せよ。



選択肢は最も適切なものを選べ。

(証明)

△ABC の頂点 A，B，C を通り，それぞれの対辺に平行な直線の交点を右図のように P, Q, R とする。



四角形 ABCQ は [ア] であるから

　　AQ = [イ]

四角形 ACBR は [ア] であるから

　　[ウ] = [イ]

ゆえに　AQ = [ウ]

よって，点 A は [エ] である。

また，AD ⊥ BC かつ BC ∥ RQ であるから　AD ⊥ RQ

よって，AD は [オ] である。

同様に，BE は [カ]，CF は [キ] である。

よって，△ABC の各頂点から対辺またはその延長に下ろした垂線 AD，BE，CF は，△PQR の [ク] において 1 点で交わる。

[ア の選択肢]

① 台形　② 平行四辺形

③ 円に内接する四角形

[イ の選択肢]

① AB　② BC　③ CA

④ CQ　⑤ BQ

[ウ の選択肢]

① AR　② BR　③ BP　④ CP

[エ の選択肢]

① △ABC の外接円と辺 RQ の接点

② 辺 QR と直線 PD の交点

③ 辺 QR の中点

[オ ～ キ の選択肢]

① 辺 PQ の垂直二等分線

② 辺 QR の垂直二等分線

③ 辺 RP の垂直二等分線

④ ∠P の二等分線

⑤ ∠Q の二等分線

⑥ ∠R の二等分線

[ク の選択肢]

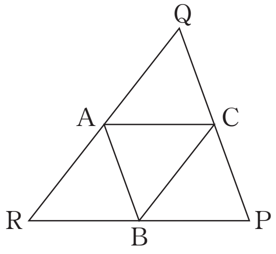
① 重心　② 内心　③ 外心

【MEMO】

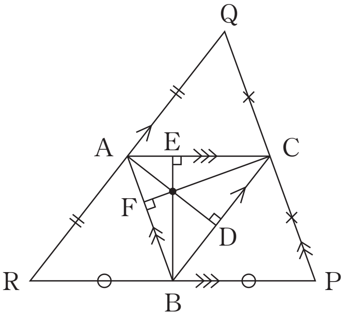
PART2　三角形の外心・垂心

2　三角形の各頂点から対辺に下ろした垂線は１点で交わる(これを垂心という)。
このことを，次の方針にしたがって証明せよ。

△ABC の頂点 A, B, C を通り，各頂点の対辺と平行な３つの直線の交点を右図のように P，Q，R とする。
△ABC の頂点 A，B，C からそれぞれの対辺に垂線 AD，BE，CF を下ろしたとき，AD，BE，CF が，△PQR の外心において１点で交わることを証明する。



四角形 ABCQ は平行四辺形であるから AQ＝BC
四角形 ACBR は平行四辺形であるから AR＝BC
よって AQ＝AR であるから，点 A は線分 RQ の中点である。
また，AD⊥BC かつ BC∥RQ であるから AD⊥RQ
したがって，AD は辺 RQ の垂直二等分線である。
同様に，BE は辺 RP の垂直二等分線であり，CF は辺 PQ の垂直二等分線である。
よって，△ABC の各頂点から対辺に下ろした垂線 AD，BE，CF は，△PQR の外心において１点で交わる。

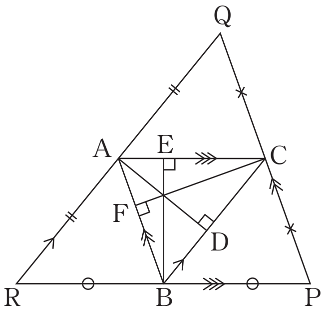


第 6 講　PART2　確認問題 解答

1 **[正解]** ア：②，イ：②，ウ：①，エ：③，
オ：②，カ：③，キ：①，ク：③

[解説]

△ABC の頂点 A，B，C を通り，それぞれの対辺に平行な直線の交点を下図のように P，Q，R とする。 [A]



AB // QC，AQ // BC より，四角形 ABCQ は**平行四辺形**であるから

AQ＝**BC**

同様に，四角形 ACBR は平行四辺形であるから

AR＝BC

ゆえに　AQ＝AR

よって，点 A は**辺 QR の中点**である。

また，AD ⊥ BC かつ BC // RQ であるから

AD ⊥ RQ

よって，AD は**辺 QR の垂直二等分線**である。

同様に，BE は**辺 RP の垂直二等分線**，CF は**辺 PQ の垂直二等分線**である。

よって，△ABC の各頂点から対辺またはその延長に下ろした垂線 AD，BE，CF は，△PQR の**外心**において 1 点で交わる。

[A]　三角形の外心は，3 つの辺の垂直二等分線の交点である。
△ABC の 3 つの頂点から下ろした垂線が，△PQR の 3 つの辺の垂直二等分線であることを示せばよい。